

CONTOH SOAL MATEKBIS I

Materi : Deret Ukur dan Deret Hitung

1. Hitunglah S_5 , S_{14} , J_9 dari sebuah deret hitung yang suku pertamanya 1000 dan pembeda antar sukunya : 50 .

Diketahui : $a = 1000$, $b = 50$

Ditanya : S_5, S_{14}, J_9

Jawab :

$$\text{Rumus : } S_n = a + (n-1)b$$

$$\begin{aligned} S_5 &= 1000 + (5-1).50 \\ &= \mathbf{1200} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{14} &= 1000 + (14-1).50 \\ &= \mathbf{1650} \end{aligned}$$

$$\text{Rumus : } J_n = \frac{1}{2}n (a + S_n)$$

$$\begin{aligned} S_9 &= 1000 + (9-1).50 \\ &= 1400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_9 &= \frac{1}{2}.9 (1000 + 1400) \\ &= \mathbf{10800} \end{aligned}$$

2. Jika $a = 100$ dan $S_7 = 160$, berapakah ? :

a. *Ditanya* b

$$S_7 = 100 + (7-1).b$$

$$160 = 100 + 6b$$

$$b = \mathbf{10}$$

b. *Ditanya* S_{11} , $S_{11} = 100 + (11-1).10$

$$= 100 + 100 = \mathbf{200}$$

c. *Berapa n untuk $S_n = 260$*

$$260 = 100 + (n-1).10$$

$$260 - 100 = 10n - 10$$

$$n = 17$$

3. Jika S_3 dan S_7 dari sebuah deret hitung masing masing adalah 60 dan 80 , hitunglah ! :

a. *Ditanya , S_1*

$$S_3 = a + (n-1).b$$

$$S_7 = a + (n-1).b$$

$$60 = a + (3-1).b$$

$$80 = a + (7-1).b$$

$$60 = a + 2b$$

$$80 = a + 6b$$

Substitusikan untuk mencari nilai b ,

$$\frac{60=a+2b}{80=a+6b} \quad \text{diperoleh nilai } b = 5, \text{ maka } a \Rightarrow a + 6.5 = 80$$

$$\Leftrightarrow a = 50 = S_1$$

b. *Berapa S_{10} ?*

$$\begin{aligned} S_{10} &= a + (n-1)b \\ &= 50 + (10-1).5 = \mathbf{95} \end{aligned}$$

c. *Berapa J_5 ?*

$$\begin{aligned} S_5 &= a + (n-1)b \\ &= 50 + (5-1).5 = \mathbf{70} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_5 &= \frac{1}{2} .5 (50 + 70) \\ &= \mathbf{300} \end{aligned}$$

d. *Berapa J_{20} ?*

$$\begin{aligned} S_{20} &= a + (n-1)b \\ &= 50 + (20-1).5 = \mathbf{145} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{20} &= \frac{1}{2} .20 (50 + 145) \\ &= \mathbf{1950} \end{aligned}$$

4. Untuk $S_6 = 24.000$ dan $S_{10} = 18.000$, hitunglah ! :

a. Berapa b ?

$$S_6 = a + (n-1).b$$

$$24000 = a + (6-1).b$$

$$24000 = a + 5b$$

$$S_{10} = a + (n-1).b$$

$$18000 = a + (10-1).b$$

$$18000 = a + 9b$$

Substitusikan untuk mencari nilai b ,

$$\frac{24000=a+5b}{18000=a+9b} \quad \text{diperoleh nilai } \mathbf{b = -1500},$$

b. Berapa n untuk $S_n = 0$?

$$\text{mencari nilai } a \Rightarrow a + 5 \cdot (-1500) = 24000$$

$$a = 31500$$

$$S_0 = a + (n-1)b$$

$$0 = 31500 + (n-1) \cdot (-1500)$$

$$-31500 = -1500n + 1500$$

$$\mathbf{n = 22}$$

c. Berapa J_{21} ?

$$S_{21} = a + (n-1)b$$

$$= 31500 + (21-1) \cdot (-1500) = \mathbf{1500}$$

$$J_{21} = \frac{1}{2} \cdot 21 (31500 + 1500)$$

$$= \mathbf{346500}$$

d. Berapa J_{22} ?

$$S_{22} = a + (n-1)b$$

$$= 31500 + (22-1) \cdot (-1500) = \mathbf{0}$$

$$J_{22} = \frac{1}{2} \cdot 22 (31500 + 0)$$

$$= \mathbf{346500}$$

5. Dari sebuah deret hitung yang suku pertamanya 200 , dan pembeda antar suku nya 25 , hitunglah !

a. *Berapa S_5 ?*

$$\begin{aligned} S_5 &= a + (n-1)b \\ &= 200 + (5-1).25 = \mathbf{300} \end{aligned}$$

b. *Berapa S_{10} ?*

$$\begin{aligned} S_{10} &= a + (n-1)b \\ &= 200 + (10-1).25 = \mathbf{425} \end{aligned}$$

c. *Berapa J_5 ?*

$$\begin{aligned} J_5 &= \frac{1}{2} .5 (200 + 300) \\ &= \mathbf{1250} \end{aligned}$$

d. *Berapa J_{10} ?*

$$\begin{aligned} J_{10} &= \frac{1}{2} .10 (200 + 425) \\ &= \mathbf{3125} \end{aligned}$$

6. Deret hitung X mempunyai nilai $a = 180$ dan $b = -10$. Jika deret hitung Y mempunyai nilai $a = 45$ dan $b = 5$, pada suku ke berapakah deret hitung X dan deret hitung Y mempunyai nilai yang sama ?

Diketahui :

$$\begin{array}{lcl} X \Rightarrow a & = & 180 \quad Y \Rightarrow a & = & 45 \\ b & = & -10 \quad b & = & 5 \end{array}$$

Ditanya : $X = Y$

Jawab :

$$\begin{aligned} a + (n-1)b &= a + (n-1)b \\ 180 + (n-1).-10 &= 45+(n-1).5 \\ 180-10n+10 &= 45+5n-5 \\ n &= 10 \end{aligned}$$

Jadi deret hitung X dan Y mempunyai nilai yang sama pada suku ke 10

7. Suku pertama deret hitung M adalah 75 dengan pembeda 10

Suku keenam deret hitung N adalah 145 dengan pembeda 5.

Carilah nilai n yang memberikan nilai yang sama bagi suku kedua deret tersebut !

Ditanya : n , jika $M = N$

Jawab :

$$\begin{array}{lcl} M \Rightarrow a & = & 75 \quad N \Rightarrow a = 145 \\ b & = & 10 \quad b = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} a + (n-1)b & = & a + (n-1)b \\ 75 + (n-1).10 & = & 145 + (n-1).5 \\ 75 + 10n - 10 & = & 145 + 5n - 5 \\ n & = & 15 \end{array}$$

8. Apabila suku ke -3 dan suku ke -7 dari sebuah deret ukur masing masing adalah 800 dan 204.800 , berapakah ?

a. Berapakah p ?

$$\text{Rumus} = \quad S_n = a.p^{n-1}$$

$$\frac{S_7}{S_3} = \frac{S_7}{S_3} = \frac{a.p^{n-1}}{a.p^{n-1}} = \frac{p^6}{p^2} = p^4 = \frac{204800}{800}$$

$$p^4 = 256$$

$$p = 4$$

b. Berapakah a ?

$$S_3 = a.p^{n-1}$$

$$800 = a.4^{3-1}$$

$$a = 800 / 16$$

$$a = 50$$

c. Berapakah S_5 ?

$$\begin{aligned} S_5 &= a.p^{n-1} \\ &= 50.4^{4-1} = 12800 \end{aligned}$$

d. Berapakah J_5 ?

$$\begin{aligned} J_5 &= \frac{a-p.S_n}{1-p} = \frac{50-(4.12800)}{1-4} \\ &= \frac{50-(51200)}{-3} = \mathbf{17050} \end{aligned}$$

9. Deret ukur X mempunyai nilai $a = 512$ dan $p = 0,5$, sedangkan deret ukur Y memiliki nilai $S_3 = 16$ dan $p = 4$. Pada suku ke berapa nilai suku dari kedua deret tersebut sama ?

Diketahui : X $\rightarrow a = 512$, $p = 0,5$ dan Y $\rightarrow S_3 = 16$ dan $p = 4$

Tanya : n X = n Y

Jawab :

Langkah 1 : Mencari a untuk $S_n = 16$ pada deret ukur Y

$$\begin{aligned} S_n &= S_3 \\ S_n &= 16 \\ a.p^{n-1} &= 16 \\ a.(0,5)^{3-1} &= 16 \\ a.0,25 &= 16 \\ a &= 64 \text{ atau Pada } S_4 = 1.4^{4-1} = 64 \end{aligned}$$

Langkah 2 : Mencari n untuk $S_n =$ pada deret ukur X dengan asumsi : n X = n Y

$$\begin{aligned} S_4 &= 512.0,5^{(n-1)} \\ 64 &= 512.0,5^{(n-1)} \\ \frac{64}{512} &= 0,5^{(n-1)} \rightarrow 0,125 = 0,5^{(n-1)} \rightarrow 0,5^3 = 0,5^{(n-1)} \\ &\rightarrow 3 = n-1 \quad \rightarrow \mathbf{n = 4} \end{aligned}$$

10. Dari sebuah deret ukur yang suku awalnya 3 dan $p = -2$

Hitunglah : ! S_5 , J_5 , S_6 , dan J_6

a. Ditanya S_5 ?

$$S^5 = a.p^{n-1} = 3 \cdot 2^{5-1} = 48$$

b. Ditanya J_5 ?

$$\begin{aligned} J_5 &= \frac{a-p.S_n}{1-p} = \frac{3-(-2 \cdot 48)}{1-(-2)} \\ &= \frac{3-(-96)}{3} = 33 \end{aligned}$$

c. Ditanya S_6 ?

$$S^6 = a.p^{n-1} = 3 \cdot 2^{6-1} = -96$$

d. Ditanya J_6 ?

$$\begin{aligned} J_6 &= \frac{a-p.S_n}{1-p} = \frac{3-(-2 \cdot -96)}{1-(-2)} \\ &= \frac{3-(192)}{3} = -63 \end{aligned}$$

Materi : Penerapan Deret Ukur dan Deret Hitung Dalam Ilmu Ekonomi

11. Seorang nasabah Bank ABC meminjam uang di bank sebanyak Rp.5.000.000 untuk jangka waktu pinjaman 36 bulan , dengan tingkat bunga 2% per tahun.

a. Berapa jumlah seluruh uang yang harus dikembalikan pada saat pelunasan ?

Jawab :

Diketahui : P : 5.000.000 , n : 36 bulan = 3 tahun , i : 0,02

$$F = P(1 + i)^n$$

$$\begin{aligned} F_3 &= 5.000.000 (1 + 0,02)^3 \\ &= 5.306.040 \end{aligned}$$

Jadi jumlah seluruh uang yang harus dikembalikan saat pelunasan Rp.5.306.040

b. Jika perhitungan pembayaran bunga bukan tiap tahun , melainkan tiap 6 bulan , berapa jumlah yang harus dia kembalikan ?

Jawab : Menggunakan rumus nilai sekarang (*present value*) , dan jika bunga yang diperhitungkan dibayar tiap 6 bulan (setahun 2 semester , maka m = 2)

$$F_n = P(1 + i/m)^{m \cdot n}$$

$$\begin{aligned} F_3 &= 5.000.000 (1 + 0,01)^{2 \cdot 3} \\ &= 5.000.000 (1 + 1,06152) = \text{Rp.}5.307.600 \end{aligned}$$

Jadi jumlah uang yang dikembalikan menjadi lebih besar yaitu Rp.5.307.600

12. Tabungan seorang mahasiswa akan bertambah menjadi Rp.532.400 dalam waktu 3 tahun mendatang. Jika tingkat bunga bank yang berlaku adalah 10 % per tahun , berapa tabungan mahasiswa tersebut pada saat sekarang ini ?

Jawab :

Menggunakan rumus menghitung nilai sekarang (*present value*) dari suatu jumlah uang tertentu di masa datang :

$$P = \frac{1}{(1+i)^n} \cdot F$$

Jika diketahui : F : 532.400 , n : 3 , i : 10 %

$$P = \frac{1}{(1+0,1)^3} \cdot 532.400 = 400.000$$

Jadi besar tabungan saat ini adalah Rp.400.000

Materi : Soal Modifikasi Persamaan Menggunakan Metode Eliminasi

13. Seorang petani anggrek membutuhkan pupuk sebanyak 9 kg ,dimana satu bungkus pupuk jenis A isinya 300 gram , dan satu bungkus pupuk Jenis B isinya 200 gram.Sekurang kurangnya diperlukan 40 bungkus pupuk dan Pupuk jenis A seharga Rp.40.000 per bungkus , dan pupuk jenis B seharga Rp.30.000 per bungkus. Berapa biaya minimum yang dikeluarkan ?

Jawab :

a.Membuat model matematika dan pembatasnya

Misal x = jumlah pupuk jenis A

y = jumlah pupuk jenis B

Menyamakan satuan kebutuhan pupuk dari 9 kg menjadi 9000 gram

Pupuk	Jumlah	Isi (gram)	Harga / bungkus
Jenis A	x	300 x	40.000
Jenis B	y	200 y	300.000
Pembatas	40	9000	

Model matematika :

$$x + y \geq 40$$

$$300x + 200y \geq 9000 \text{ diringkas } 3x + 2y \geq 90$$

$$x \geq 0$$

b. Menentukan fungsi obyektif dengan meminimumkan $f(x,y) = 40.000x + 30.000y$ dengan metode eliminasi x dan y guna mencari titik pojok.

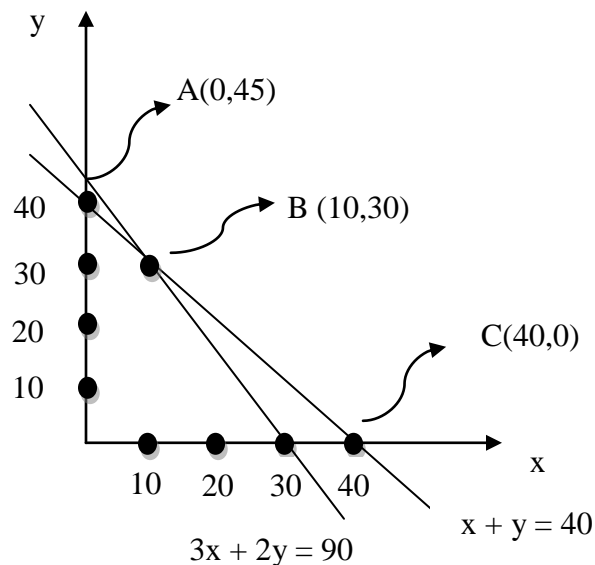
Eliminasi x :

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 90 \\ x + y = 40 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 3 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} 3x + 2y = 90 \\ 3x + 2y = 120 \\ -y = -30 \Rightarrow y = 30 \end{array} \right.$$

Eliminasi y :

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 90 \\ x + y = 40 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \times 1 \\ \times 2 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} 3x + 2y = 90 \\ 2x + 2y = 80 \\ x = 30 \end{array} \right.$$

Diperoleh titik perpotongan garis $3x + 2y = 90$ dan garis $x + y = 40$ (titik B) di B (10,30)



c. Melakukan uji titik pojok daerah penyelesaian ke dalam fungsi obyektif $f(x,y) = 40.000x + 30.00y$.

Titik Pojok	$f(x,y) = 40.000x + 30.000y$
A (0,45)	$40.000 \cdot 0 + 30.000 \cdot 45 = 1.350.000$
B (10,30)	$40.000 \cdot 10 + 30.000 \cdot 30 = 1.300.000$
C (40,0)	$40.000 \cdot 40 + 30.000 \cdot 0 = 1.600.000$

Dari 3 titik pojok di atas , diperoleh nilai $f(x,y)$ minimum Rp.1.300.000. Jadi biaya minimum yang dikeluarkan Rp.1.300.000.
